

**UPOTREBA TEORIJE KORISNOSTI U TEORIJI ODLUČIVANJA**  
**A USE OF THE UTILITY FUNCTION IN THE DECISION MAKING**  
**THEORY**

**Adaleta Bedak-Tahirović, mr.sci.**  
**Univeritet u Zenici**  
**Zenica**

**Dževad Zečić, dr.sc.vanredni profesor**  
**Univeritet u Zenici**  
**Zenica**

**REZIME**

*U ovom radu je korišten matematički model izveden iz teorije funkcije korisnosti pri izboru vrste tenderskog ugovora od strane investitora. Ovaj problem se može analizirati kao model u kojem su prisutne dvije konfliktne strane, investitor i firma izvršilac radova. Matematički model za ovakvu vrstu problema daje optimalnu odluku pri izboru tipa ovakvog ugovora od strane investitora i analiziran je u okviru rada. Podaci su prikupljeni od nekoliko državnih institucija s ciljem ukazivanja na mogućnost drugačijeg načina izbora ugovora u odnosu na najčešće korištene ugovore, tj. ugovor sa fiksnom cijenom i ugovor sa dodatkom. Detaljno su analizirane relativne uštede za svaki projekat. Analiza pokazuje da se sa pretpostavkom da su igrači racionalni može doći do znatne uštede u očekivanom, ako se koristi stimulacioni ugovor, a ne samo ako investitor koristi optimalni model dobijen analizom funkcije korisnosti, nego i jednostavniji model dobijen analizom prikupljenih podataka, a koji je predložen u ovom radu.*

**Ključne riječi:** funkcija korisnosti, teorija ugovaranja

**SUMMARY**

*In this work a mathematical model obtained from the utility theory is used in order to select an appropriate form of a principal-agent contract. Such a model provides an optimal decision for a principal to select a form of a contract and is analyzed within this paper. The experimental project data are taken from several national institutions in order to show an alternative way of selecting a type of a contract in accordance to frequently used forms, i.e. fixed-price contract and cost-plus contract. The potentially obtained savings are analyzed for each project. By the assumption that all players are rational, the analysis shows that a certain savings can be obtained if an incentive contract is used. The same conclusion can be derived not only if an optimal model is used but also a simpler model that is proposed in the paper.*

**Key words:** utility function, contract theory

## 1. UVOD

Proces odlučivanja zahtijeva određeni kvalitet donesenih odluka. Odlučivanje u poslovnoj sferi implicira više sistematičnosti nego u privatnom životu. Donošenje odluka u uslovima rizika karakterizira činjenica da su donositelju odluka poznate vjerovatnoće za različite događaje, jer sami događaji nisu sigurni. Za utvrđivanje svake pojedine vjerovatnoće mogu se koristiti matematički modeli. Tradicionalna ekonomska analiza izbora u uslovima rizika zasniva se na teoriji očekivane korisnosti. Matematički model izveden iz teorije funkcije korisnosti je u ovom radu primjenjen na polju investitorskih ugovaranja tj. pri izboru vrste tenderskog ugovora od strane Investitora. Tenderski ugovori ponuđeni od strane Investitora mogu biti definisani u odnosu na konačnu isplatu u tri forme: ugovor sa fiksnom cijenom, ugovor sa dodatkom i stimulacioni ugovor. Procjenjivanje vrijednosti ishoda odluke kod

racionalnog Investitora vrši se putem eksponencijalne funkcije  $U(x) = \frac{1 - e^{-\lambda x}}{\lambda}$  [3] koja

predstavlja funkciju korisnosti jer zadovoljava aksiomske uslove uređenih preferencija. Ova funkcija će Investitoru dati informaciju kolika bi bila ušteda ako bi se Investitor odlučio za stimulacioni ugovor, a ne za ugovor sa fiksnom cijenom ili za ugovor sa dodatkom. Stimulacioni ugovor, je forma ugovora u kojem se plaćanje dodatnih troškova definiše sa obostranim učešćem, tj. i od strane Investitora i od strane Izvršioca. Također, u ovoj vrsti ugovora se definiše i premija kojom se firma koja izvršava radove nagrađuje u slučaju da ukupni trošak radova bude manji od iznosa sa kojim je ta firma nastupila na tenderu.

U ovom radu će biti pojašnjen način izbora procentualnog učešća Investitora u pokrivanju dodatnih troškova u odnosu na dogovoreni iznos, kako bi se očekivana vrijednost iznosa isplate od strane Investitora, koji raspisuje tendere sa ovakvom formom ugovora, minimizirala.

## 2. EMPIRIJSKO ISTRAŽIVANJE - MODEL FUNKCIJE KORISNOSTI U STIMULACIONOM UGOVORU

U ovom poglavlju će biti razmotrena odluka vezana za udio Investitora u dodatnim troškovima koji se eventualno pojave nakon izvršavanja radova. Matematički, problem se svodi na određivanje parametra  $\alpha$  u modelu isplate  $P = \alpha(c - b) + b$ . [1]

Slijedeći izrazi daju rezultat pronalaska optimalnog parametra  $\alpha$ . [1] Ako su firme koje učestvuju na tenderu nesklone ka riziku, Investitor minimizira očekivanu ukupnu isplatu tako što bira  $\alpha$  koje zadovoljava relaciju: [4]

$$0 = \frac{\alpha}{h^n(h^{n-1}(1-\alpha))} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} w e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w) dw}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w) dw} -$$

$$n \frac{\int_{c_l}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} (c-c^*) (1-G(c))^{n-2} g(c) dc}{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} (1-G(c))^{n-2} g(c) dc} (1-G(c^*))^{n-1} g(c^*) dc^* \quad (1)$$

Dodatno, ako su firme neutralne na riziku,  $\alpha$  mora zadovoljavati:

$$0 = \frac{\alpha}{h^n(h^{n-1}(1-\alpha))} - \frac{n}{n-1} \int_{c_l^*}^{c_h} \int_{c_l^*}^{c_h} (1-G(c))^{n-1} g(c^*) dc dc^* \quad (2)$$

Izabrati  $\alpha_{opt}$  dobijeno izrazom minimizacije očekivane isplate uz pretpostavku eksponencijalne funkcije korisnosti, tj. subjekta sa konstantnom averzijom prema riziku, Investitor može koristiti izraz (1). U cilju dobijanja informacije kolika će biti eventualna ušteda Investitora ako igra sa  $\alpha_{opt}$  u odnosu na najčešće oblike ugovora koji se koriste, ugovor sa fiksnom cijenom ili ugovor sa dodatkom, Investitor koristi izraz [3]

$$\tau = n \int_{c_l}^{c_h} T(c^*) [1-G(c^*)]^{n-1} g(c^*) dc^* \quad (3)$$

Naime, vrijednost očekivane ukupne isplate Investitora se proračuna za dobijeno  $\alpha_{opt}$  kao i za stvarno  $\alpha$  koje investitor koristi u okviru projekta.

U prikazanom empirijskom istraživanju provedena je anketa s ciljem analize podataka efikasnosti investitorskog ugovaranja dobijenih od jednog broja državnih institucija (Opština Tešanj, Univerzitet u Zenici, Dom zdravlja Tešanj, Ministarstvo prostornog uređenja Ze-do Kantona, Ministarstvo cestovnog prometa Ze-do kantona, Elektroprivreda BiH i BH Telecom). Efikasnost investitorskog ugovaranja je provedena kroz prizmu izvedenih relacija teorije korisnosti. Svaki od investitora koji su učestvovali u ovoj anketi je popunio je slijedeći upitnik.

UPITNIK							
Naziv investitora: _____							
A. Broj ponuđača koji su učestvovali na tenderu ? B. Da li je na tenderu odabran ponuđač koji je ponudio najmanju cijenu? (Potencijalni odgovori: Da/Ne) C. Novčani iznos najniže ponude koji je dostavljen u okviru ponude za tender? D. Novčani iznos maksimalne ponude koji je dostavljen u okviru ponude za tender? E. Novčani iznos ponude ponuđača koji je odabran na tenderu? (Ugovoreni iznos) F. Novčani iznos ukupnih troškova nakon kompletiranja projekta koji uključuje eventualne nepredviđene troškove? G. Ako je ukupna vrijednost troškova (tačka F) različita od ugovorenog iznosa (tačka E), koliki je stvarni iznos koji je isplaćen od strane investitora?							
Projekt	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
⋮							

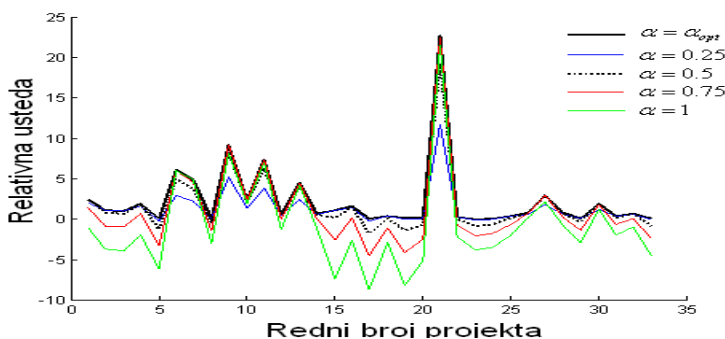
Kako je egzaktan proračun optimalnog procentualnog učešća Investitora u premašenim troškovima,  $\alpha$ , dio kompleksnog proračuna, nerealno je očekivati da se isto može lako prihvatiti od strane svih relevantnih subjekata kao način donošenja odluka vezan za različite vrste ugovaranja. U skladu sa ovom pretpostavkom u ovom radu je predložen aproksimativni procenat ovoga učešća,  $\alpha_{approx}$ , a na osnovu statističke analize podataka prikupljenih pomenutom anketom. Cilj ovog prijedloga je isključivo da se izbjegne prikazani model, te da se pokaže da se, statistički, može postići znatna ušteda i pri ovako jednostavnom izboru  $\alpha_{approx}$ .

Na osnovu prikupljenih podataka, jednostavno je proračunati srednju vrijednost relativne uštede, varijansu, naći minimalnu i maksimalnu vrijednost ove uštede iz projekata ugovor sa fiksnom cijenom. Ove vrijednosti su prikazane u slijedećoj tabeli.

Tabela 1. Rezultati dobijeni za različite vrijednosti  $\alpha$  u odnosu na  $\alpha = 0$

Alfa	Minimalna ušteda	Maksimalna ušteda	Srednja vrijednost uštede	Varijansa	TOTAL
1	-8,69%	21,53%	-0,69%	32,58%	-1.442.100KM
0.75	-4,55%	22,53%	1,02%	24,76%	-218.380KM
0.5	-1,71%	19,27%	1,7%	14,93%	429.890KM
0.25	-0,2%	11,76%	1,36%	6,9%	500.268KM
$\alpha_{opt}$	0,01%	22,68%	2,34%	4,98%	761.510KM

Srednja očekivana vrijednost eventualne uštede je 2,34% po projektu, što za veće iznose projekta može u apsolutnom dati značajan novčani iznos. Za prikazane podatke ove kategorije, ukupna očekivana ušteda bi bila 761.510 KM. Također, može se zaključiti da za vrijednost  $\alpha = 0.75$  se ne može postići ušteda u odnosu na  $\alpha = 0$ . S druge strane, proizvoljno igranje sa  $\alpha = 0.25$  i  $\alpha = 0.5$  može dati zadovoljavajuću uštedu. Posmatrajući vrijednosti minimalne uštede prikazane u tabeli 1 može se zaključiti da je manji rizik igrati sa  $\alpha = 0.25$  u odnosu na  $\alpha = 0.5$  u smislu minimiziranja najgoreg mogućeg slučaja (u apsolutnom). Ova informacija se može izvući i iz totalne uštedene vrijednosti, gdje je za  $\alpha = 0.25$  srednja vrijednost uštede manja nego za  $\alpha = 0.5$ , dok je, ipak, totalna vrijednost uštedene sume veća.



Slika 1. Odnos relativnih ušteda za različite  $\alpha$  u odnosu na  $\alpha = 0$  za svaki projekt

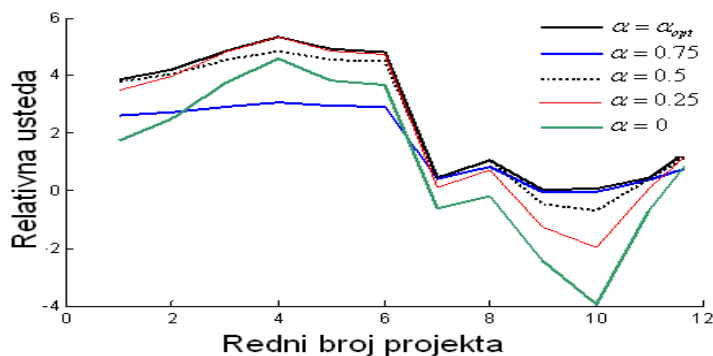
Na prethodnoj slici su prikazani odnosi relativnih ušteda posebno za svaki projekt. Prvo treba napomenuti da optimalna kriva dobijena za  $\alpha = \alpha_{opt}$  daje maksimalne vrijednosti uštede za svaki projekt. Dalje, sa date slike se može izvući isti zaključak kao i iz prethodne tabele, tj. da se proizvoljnim izborom  $\alpha = 0.25$  i  $\alpha = 0.5$  mogu postići zadovoljavajuće uštede. I ovdje se može vidjeti kako za svaki projekt kriva za  $\alpha = 0.25$  bolje prati optimalnu krivu,  $\alpha = \alpha_{opt}$ , od krive dobijene za ugovore kod kojih je  $\alpha = 0.5$ . Također, dijagram pokazuje da su ugovori  $\alpha = 0.75$  i  $\alpha = 1$  poprilično udaljeni od optimalne krive za koju vrijedi  $\alpha = \alpha_{opt}$ .

Na osnovu prikupljenih podataka, jednostavno je proračunati srednju vrijednost relativne uštede, varijansu, naći minimalnu i maksimalnu vrijednost ove uštede iz projekata ugovor sadodatkom. Ove vrijednosti su prikazane u slijedećoj tabeli.

Tabela 2. Rezultati dobijeni za različite vrijednosti  $\alpha$  u odnosu na  $\alpha = 1$

Alfa	Minimalna ušteda	Maksimalna ušteda	Srednja vrijednost uštede	Varijansa	TOTAL
$\alpha_{opt}$	0,03%	5,35%	2,65%	4,75%	49.316KM
0.75	-0,03	3,06%	1,64%	1,72%	30.030KM
0.5	-0,69%	4,84%	2,38%	4,75%	45.629KM
0.25	-1,99%	5,35%	2,21%	6,9%	46.795KM
0	-3,93%	4,58%	1,15%	7,39%	33.530KM

Iz tabele se može zaključiti da za sve vrijednosti  $\alpha$  mogu postići uštede u odnosu na  $\alpha = 1$ , tj. bilo koja stimulaciona forma ugovora može dati bolje rezultate od ugovora sa dodatkom.



Slika 2. Odnos relativnih ušteda za različite  $\alpha$  u odnosu na  $\alpha = 0$  za svaki projekt

Na prethodnoj slici su prikazani odnosi relativnih ušteda posebno za svaki projekt. Sa date slike se može izvući nešto detaljniji zaključak, tj. da se za  $\alpha = 0.5$  i  $\alpha = 0.75$  mogu postići uštede za svaki projekt posebno. Za ostale vrijednosti  $\alpha$  ušteda se nije postigla za 9. i 10. projekt iz razloga jer je ušteda za optimalno  $\alpha = \alpha_{opt}$  približno jednaka nuli. Kakogod, ušteda koja bi se mogla postići je zadovoljavajuća.

Dalje su posebno analizirani svi investitori. U prikazanoj tabeli su predstavljeni podaci slično kao u prethodnim kategorijama.

Tabela 3. Vrijednosti statističkih parametara za svakog Investitora posebno

Investitor	Minimalna ušteda	Maksimalna ušteda	Srednja vrijednost uštede (uštuda po projektu)	Varijansa	TOTAL
I	3,46%	5,36%	3,46% - 2.881KM	2,75%	10-198.590KM-28.811KM
II	0,04%	6,14%	3,09% - 1.188KM	18,63%	2-228.630KM-2.376KM
III	0,03%	9,22%	2,00% - 966KM	9,66	9-79.671KM-8.693KM
IV	0,56%	7,39%	2,77% - 11.853KM	7,31%	6-1.413.170KM-71.118KM
V	0,08%	1,65%	0,5% - 80KM	0,43%	5-34.040KM-402KM
VI	0,01%	22,68%	3,49% - 3.356KM	61%	8-1.232.723KM-26.846KM
VII	0,06%	1,89%	0,62% - 67KM	0,56%	5-132.558KM-380KM

### 3. ZAKLJUČAK

Primjena koncepta očekivane korisnosti u procesu donošenja odluka rezultira poboljšanju kvaliteta donesenih odluka. Izbor stimulacionog ugovora u odnosu na ugovor sa dodatkom i ugovor sa fiksnom cijenom daje uštedu za Investitora u procesu tenderskih aplikacija. U empirijskom istraživanju u ovom radu analizirane su uštede za svaki projekt i za svakog Investitora posebno. Analiza je pokazala da funkcija korisnosti kao jasno definisani model daje mogućnost optimiziranja u cilju minimiziranja isplate od strane Investitora i maksimizacije profita od strane firme koja izvršava radove.

Provedeno istraživanje implicira zaključak da je potreba prepoznavanja korištenja ovog modela funkcije korisnosti u smislu lakšeg donošenja konzistentnih i kvalitetnih odluka u procesu odlučivanja.

#### **4. LITERATURA**

- [1] Bedak-Tahirović, A.; Zečić, Dž.; Primjer upotrebe teorije igara u teoriji ugovora, Časopis BH Ekonomski forum Ekonomskog fakulteta Zenica, Vol. 1, No.1, 2010, str. 61-80.
- [2] Laffont, J.; Tirole J.; Auctioning Incentive Contracts. Mimeo, Massachusetts Institute of Tehnology, 1985.
- [3] McAfee, R. P.; McMillan J.; Competition for Agency Contracts. Tehnical Report, 10, Centre for Decision Sciences and Econometrics. 1986a.
- [4] McAfee, R. P.; McMillan J.; Biding, for contracts: a principal-agent analysis, 1986b, Rand Journal of Economics, Vol. 17, No. 3, str. 326-338.
- [5] Myerson, B; Roger, B.; Game Theory: Analysis of Conflict, 1997.
- [6] Samuelson, A. P.; Nordhaus, D. W.; Ekonomija Zagreb, Mate, 2000.